1. Campo

La estructura más completa se refiere al campo, el cual no sólo permite definir una colección de propiedades por sí solo; también auxilia en la definición de otra estructura: el espacio vectorial.

Sea K un conjunto no vacío, y sean $(*)$ y $(\circ)$ dos operaciones binarias definidas sobre K. El sistema $(K, *, \circ)$ es un campo, si

- $(K, *)$ es un grupo abeliano.
- $(K, \circ)$ es una operación cerrada, asociativa, con elemento neutro.
- $(\circ)$ es una operación que se distribuye sobre $(*)$.
- existen elementos inversos para $(K, \circ)$, excepto para el neutro de la primera operación.

Dos elementos trascendentes dentro de un campo son: 1) el cero del campo (elemento neutro de la primera operación), y 2) la unidad del campo (elemento neutro de la segunda operación).

Ejemplo

Sea el conjunto $H = 0, 1, 2$ donde se definen las operaciones binarias $(\oplus)$ y $(\odot)$ como

$\oplus$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

$\odot$	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

El sistema $(H, \oplus, \odot)$ forma un campo debido a que cumple todas las propiedades de esta estructura.

Grupo abeliano $(H, \oplus)$

- *Cerradura.* Cualquier resultado de la operación pertenece al conjunto H, pues la tabla solo contiene a los elementos 0, 1 y 2.
- *Asociación.* Al probar todas las combinaciones sobre la asociación siempre se obtendrá el mismo resultado.
- *Conmutación.* La tabla es una matriz simétrica, entonces se cumple la conmutación para cualquier par de elementos.
- *Elemento neutro.* En este caso el cero del campo es $e = 0$, pues sobre su renglón no afecta al elemento de la cabecera de la columna.
- *Elementos inversos.* Los elementos inversos son $\check{0} = 0$, $\check{1} = 2$ y $\check{2} = 1$.

Propiedades para $(H, \odot)$

- *Cerradura.* La tabla sólo contiene elementos del conjunto H; la operación es cerrada.
- *Asociación.* Al probar todas las combinaciones sobre la asociación siempre se obtendrá el mismo resultado.
- *Conmutación.* La tabla representa una matriz simétrica, entonces la operación es conmutación.
- *Elemento neutro.* La unidad del campo es $f = 1$, cuyo renglón repite la cabecera de la tabla.
- *Elementos inversos.* Los elementos inversos son $\check{1} = 1$ y $\check{2} = 2$; el único elemento que carece de inverso es 0.

Distribución $(H, \oplus, \odot)$

Al probar todas las posibles combinaciones la distribución se cumple.

En conclusión el sistema $(H, \oplus, \odot)$ es un campo.

Los campos son muy comunes en la matemática. y la vida diaria en general. Los conjuntos numéricos de los racionales, los reales y los complejos son ejemplos de campos. Otro campo menos conocido fundamenta la electrónica digital moderna: el conjunto $B = 0, 1$ de bits, es usado con las operaciones lógicas XOR y AND como la suma y la multiplicación en una computadora. Estas dos operaciones, junto con otras operaciones especiales, permiten manipular la información en dispositivos como PC's, tablets o smartphones.