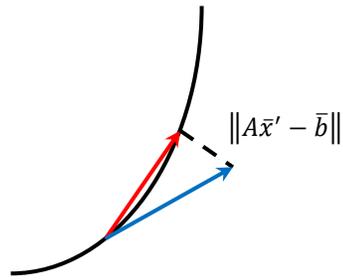


Método de Mínimos Cuadrados

La aproximación por mínimos cuadrados permite calcular una función que mejor se ajuste a un conjunto de puntos en particular. Es sumamente útil en las ciencias experimentales para encontrar modelos matemáticos de fenómenos físicos, o para modelar comportamientos estadísticos de poblaciones.



Para obtener la distancia mínima, es necesario considerar que un punto dado crea una proyección ortogonal sobre la función de ajuste, ya que este tipo de proyección minimiza la distancia entre ambos. Dicha distancia se puede considerar como el error entre una magnitud real (el punto obtenido experimentalmente) y una ideal (el perteneciente a la curva de ajuste).

La forma de proceder es mediante las ecuaciones normales de Gauss

$$A^T A \bar{x}' = A^T \bar{b}$$

donde A es la matriz formada por las abscisas de los puntos, distribuidos según la función que se esté ajustando, y \bar{b} son las ordenadas del conjunto de datos experimentales.

EJEMPLO. Dado el conjunto de puntos

X	1.1	2.3	2.7	3.3	3.6	4.1	4.3
Y	0.8	-1.6	-2.4	-3.6	-4.2	-5.2	-5.6

se puede obtener una recta que mejor se ajuste a ellos. Esta recta debe tener la forma $y_i = mx_i + b$. Para formar la matriz A se usan los coeficientes de la recta propuesta, utilizando los datos dados.

$$\begin{array}{l} 0.8 = 1.1m + b \\ -1.6 = 2.3m + b \\ -2.4 = 2.7m + b \\ -3.6 = 3.3m + b \\ -4.2 = 3.6m + b \\ -5.2 = 4.1m + b \\ -5.6 = 4.3m + b \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0.8 \\ -1.6 \\ -2.4 \\ -3.6 \\ -4.2 \\ -5.2 \\ -5.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.1 & 1 \\ 2.3 & 1 \\ 2.7 & 1 \\ 3.3 & 1 \\ 3.6 & 1 \\ 4.1 & 1 \\ 4.3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ b \end{pmatrix}$$

Que al aplicarle las ecuaciones normales, se obtiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1 \\ 2.3 & 1 \\ 2.7 & 1 \\ 3.3 & 1 \\ 3.6 & 1 \\ 4.1 & 1 \\ 4.3 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0.8 \\ -1.6 \\ -2.4 \\ -3.6 \\ -4.2 \\ -5.2 \\ -5.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.1 & 1 \\ 2.3 & 1 \\ 2.7 & 1 \\ 3.3 & 1 \\ 3.6 & 1 \\ 4.1 & 1 \\ 4.3 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 1.1 & 1 \\ 2.3 & 1 \\ 2.7 & 1 \\ 3.3 & 1 \\ 3.6 & 1 \\ 4.1 & 1 \\ 4.3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -81.68 \\ -21.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 72.94 & 21.4 \\ 21.4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ b \end{pmatrix}$$

La solución de este sistema de ecuaciones dará como resultado la pendiente y la ordenada al origen de la recta que mejor se ajusta al conjunto de puntos propuesto. Dicha recta es

$$y = -2x + 3$$